

Pour Cavallès

ISBN : 9791096310708

© au Pont 9, 2021

Texte édité par Emmanuel Lesigne, mis en pages par Henri Roudier

Avec la participation de Joël Merker pour *Le calcul comme géométrie, le théorème extraordinaire de Gauss*.
Avec l'aimable autorisation des éditions Vrin pour le texte de Christian Houzel, *Descartes et les courbes transcendantes*, qui a fait l'objet d'une première publication dans les actes du colloque *Descartes et le Moyen-Age*, Sorbonne, juin 1996, organisé par Joël Biard et Roshi Rashed (éd. Vrin 1997).

Illustration de couverture : DR

Le Code de la propriété intellectuelle interdit les copies ou reproductions destinées à une utilisation collective. Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite par quelque procédé que ce soit, sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants cause est illicite et constitue une contrefaçon sanctionnée par les articles L335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Pour Cavallès

Christian Houzel
Didier Nordon
Xavier-Francaire Renou
Henri Roudier
Jean-Jacques Szczeciniarz

Sommaire

Avant-propos	5
Livre 1. Études concertantes.....	13
Premier mouvement	15
1. Du flou dans les nombres	17
2. La voie difficile, en mathématiques, débat épistolaire	23
Deuxième mouvement, Cavallès, Spinoza ou Descartes ?	55
3. Cavallès, Spinoza	57
4. Spinoza ou Descartes ? Cavallès était-il vraiment spinoziste ?	58
Troisième mouvement, études de trois textes mathématiques	105
5. La <i>Géométrie</i> de Descartes, ou l'art de bien conduire sa raison en mathématiques....	107
6. Pascal et le triangle arithmétique	171
7. Le calcul comme géométrie, le théorème extraordinaire de Gauss	207
Livre 2. Analogies et changements de cadre	261
8. À propos du titre.....	263
9. Propédeutique... pour non mathématiciens.....	271
10. Préliminaires	291
11. De l'arithmétique à la géométrie.....	311
Contrepoint philosophique.....	395

Table détaillée

Avant-propos, <i>Xavier-Francaire Renou</i>	5
Livre 1. Études concertantes	13
Premier mouvement	15
1. Du flou dans les nombres, <i>Didier Nordon</i>	17
2. La voie difficile, en mathématiques. Entre dogmatisme et scepticisme, débat épistolaire, <i>Didier Nordon, Xavier-Francaire Renou, Christian Houzel</i>	23
Deuxième mouvement, Cavallès, Spinoza ou Descartes ?	55
3. Cavallès, Spinoza, <i>Jean-Jacques Szczeciniarz</i>	57
3.1. L'opposition Descartes/Spinoza à travers l'histoire de la philosophie.....	58
3.2. Situation de l'argumentation qui suit.....	61
3.3. La production du sens.....	69
3.4. Retour à Hegel	82
3.5. Descartes ou Spinoza.....	85
3.6. L'amour intellectuel des mathématiques.....	87
4. Spinoza ou Descartes ? Cavallès était-il vraiment spinoziste ? <i>Xavier-Francaire Renou</i>	95
4.1. Généralités et premier survol	96
4.2. Expérience mathématique et expérimentation.....	97
4.3. Que faut-il entendre par philosophie du concept ?.....	100
Troisième mouvement, études de trois textes mathématiques	105
5. La <i>Géométrie</i> de Descartes, ou l'art de bien conduire sa raison en mathématiques, <i>Xavier-Francaire Renou</i>	107
5.1. Présentation	107
5.2. Le Livre I : le problème de Pappus.....	113
5.3. Le Livre II : au coeur des mathématiques nouvelles.....	118
5.4. Sur les rapports du Livre II et du Livre III	129
5.5. Analyse du Livre III	131
5.6. Forces, faiblesses et puissance du calcul géométrique.....	136
5.7. Notes complémentaires, <i>Christian Houzel</i>	157
Sur le problème de Pappus	157
Descartes et les courbes transcendantes	163
6. Pascal et le triangle arithmétique, <i>Henri Roudier</i>	171
6.1. Pascal mathématicien.....	171
6.2. Le traité du triangle arithmétique	174
6.3. Les annexes au traité.....	183
6.4. Conclusion.....	198
6.5. Le triangle dans les mondes arabe, chinois et indien, <i>Christian Houzel</i>	200

7. Le calcul comme géométrie, le théorème extraordinaire de Gauss, <i>Joël Merker & Jean-Jacques Szczeciniarz</i>	207
7.1. Introduction	207
7.2. Trois manières de définir des courbes dans le plan	211
7.3. Surfaces extrinsèques et intrinsèques	213
7.4. Présentation du <i>Theorema Egregium</i>	216
7.5. L'application de Gauss. Une définition de la courbure.....	222
7.6. Courbure des surfaces dans l'espace	228
7.7. Notations. Algébrisations.....	230
7.8. Le bilan que fait Gauss de ce résultat.....	250
7.9. Conclusion philosophique	253
7.10. Sur la formulation intrinsèque de la courbure, note de <i>Christian Houzel & Xavier-Francaire Renou</i>	255
Livre 2. Analogies et changements de cadre	261
8. À propos du titre, <i>Didier Nordon, Xavier-Francaire Renou, Christian Houzel</i>	263
9. Propédeutique... pour non mathématiciens, <i>Xavier-Francaire Renou</i>	271
9.1. L'héritage euclidien dans la théorie des nombres	271
9.2. Le quadruple apport du XVII ^e siècle	276
9.3. D'un prince (ou d'un géant) à un autre.....	281
10. Préliminaires, <i>Christian Houzel</i>	291
10.1. Division euclidienne	291
10.2. Nombres premiers.....	293
10.3. Arithmétique modulaire	294
10.4. Racines primitives	298
10.5. Résidus quadratiques	299
10.6. Appendice	300
11. De l'arithmétique à la géométrie, <i>Christian Houzel</i>	311
11.1. L'invention dans la recherche mathématique	311
11.2. Une analogie féconde.....	315
11.3. Extension de l'arithmétique.....	323
11.4. Corps de nombres algébriques.....	336
11.5. Rebonds de l'analogie.....	347
11.6. L'analyse au service de la théorie des nombres.....	351
11.7. Arithmétique, théorie des fonctions, géométrie	365
Contrepoint philosophique, <i>La philosophie inachevée de Cavallès,</i> <i>Xavier-Francaire Renou</i>	395

: VANT-PROPOS

XAVIER-FRANCAIRE RENOÜ

Ce livre n'est pas un ouvrage collectif comme les autres. On peut plutôt le qualifier de livre choral. Et on en comprendra mieux l'unité et la composition en le situant dans l'histoire et en connaissant de plus près l'histoire de son élaboration.

À 56 ans de distance il y a un certain écho entre le *Pour Marx* de Louis Althusser en 1965 et notre *Pour Cavailles* actuel. Dans les deux cas en effet il s'agit de revenir à et sur une contribution théorique majeure dont l'aspect novateur a été peu à peu recouvert par des gloses apologétiques puis par une scolastique de plus en plus dogmatique qui en vient à se substituer à la pensée novatrice à laquelle elle se réfère.

Pour Althusser le retour à et sur Marx était d'abord le moyen de combattre la référence stalinienne à Marx sous l'étiquette de *marxisme-léninisme*, ou de *dia-mat* (*matérialisme dialectique*), longtemps dominant dans le courant stalinien avant et après la mort de Staline. Mais était aussi visé l'*humanisme* auquel les staliniens post-Staline, à commencer par Khrouchtchev lui-même – stalinien des plus virulents et des plus violents avant de dénoncer avec virulence la violence stalinienne – se référaient dans l'entreprise de déstalinisation : malgré leur opposition en principe irréductible, ces deux références avaient en commun d'empêcher une analyse historique et politique effective du *règne de Staline* et du stalinisme qui l'a accompagné ou poursuivi. Car l'une et l'autre méconnaissaient, chacune à sa manière, l'apport novateur de la pensée de Marx dans l'analyse de la complexité, et plus précisément de la contradiction du mode de production capitaliste : les rapports sociaux de production ou rapports de classes (entre le capital et le salariat dans le capitalisme manufacturier et industriel) sont entrelacés, mais en la dominant, avec l'histoire des techniques de production (artisanat, manufactures, usines). Le *dia-mat* remplaçait l'analyse effective de ces rapports et de l'incertitude toujours renouvelée qui en découle dans l'histoire des luttes sociales par une supposée clé philosophique de l'histoire garantissant aux luttes une fin victorieuse. L'humanisme, de son côté, brandissait la valeur trans-historique de l'être humain comme critère de condamnation des crimes staliniens, mais en s'autorisant à esquiver l'analyse historique effective de la période stalinienne et des responsabilités qui y étaient engagées (à commencer par celle de Khrouchtchev). Deux facilités ou paresse intellectuelles symétriques, donc, gommant toutes deux l'apport théorique de Marx.

Or, même si l'enjeu de notre travail n'est pas, cela va de soi, directement politique, nous avons bien, nous aussi, le projet de redonner vie à la pensée de Cavailles et à son appel à prendre enfin en compte le *mouvement de la pensée mathématique* aussi bien dans ses moments novateurs que dans ses incertitudes. Car cette impulsion novatrice a été assez vite recouverte par le slogan, en forme de philosophie définitive, de « science sans cogito » lancé par Georges Canguilhem et développé ensuite par une longue série de commentaires censés établir, une fois pour toutes, le spinozisme de Cavailles.

Mais cette analogie entre l'entreprise Althusser et la nôtre n'est cependant que la première approche d'un rapport sensiblement plus complexe.

On sait en effet que malgré sa différence, voire sa divergence fondamentale, avec Althusser, Canguilhem (qui était fort éloigné de se référer à Marx), le rejoignait par d'autres voies dans sa critique du sujet libre ou du cogito cartésien. De part et d'autre ce sujet était dénoncé comme effet et pôle de l'illusion de liberté. Althusser lui opposait l'objectivité des rapports sociaux, Canguilhem l'objectivité de la vie, irréductible aussi bien à une transparence scientifique du type de celle de la physique qu'à la maîtrise de la conscience de soi aussi bien dans la vie pratique que dans la production des concepts. Et cette *alliance objective* entre deux pensées aux références très distantes l'une de l'autre, se prolongeait dans une critique de l'inutilité pratique (morale et politique), voire du caractère suspect du cogito. Car l'action effective, dont le combat de Cavallès le résistant est une figure éminente, relevait plutôt, dans ces deux analyses différentes mais en résonance entre elles, d'un certain sens spinoziste de la nécessité historique que de la responsabilité d'un cogito libre ; avec, en contrepoint, la critique du sujet sartrien radicalement libre, critique redoublée en voix off, de la formulation polémique : «il y a d'un côté ceux qui pensent l'engagement sans le pratiquer et de l'autre ceux qui le pratiquent sans avoir besoin d'en brandir une théorie». L'impasse faite, ou le point aveugle assumé, sur la fonction de sujet ou la fonction d'acteur, au seul bénéfice de la fonction d'agent (plus ou moins agi) se retrouve dans la période suivante avec Foucault, lui le militant des libertés concrètes, y compris celles des condamnés à la réclusion, et lui le penseur dont le fil directeur est que nous sommes toujours assujettis, sans issue, à des rapports de «pouvoir».

Par la «science sans cogito» ce cogito est donc biffé deux fois : ce n'est pas lui qui est producteur des concepts, tandis que ceux-ci le réduisent soit à une illusion, soit à un support de pensée qui ne peut être éclairée que par le concept ; là réside le risque dogmatique de ce qu'a été le *théoricisme* d'Althusser, autre nom du dogmatisme de la formule célèbre, mobilisatrice, mais malheureuse de Lénine : «la théorie de Marx est toute-puissante parce qu'elle est vraie» ; de sorte qu'à critiquer le dogmatisme du *dia-mat* au nom de Marx, on risquait d'en inventer un autre, celui qui refuse la distinction de la raison théorique et de la raison pratique (morale et politique) et qui peut en venir à identifier pensée dans l'erreur ou pensée non vraie et non pensée. C'est ce genre de dichotomie qu'on trouve sous-jacente à la conception bachelardienne de la coupure entre non science et science. Althusser a contribué à la populariser, consolidant ainsi une sorte d'alliance objective, latente ou sourdement consensuelle entre les références à Canguilhem, Bachelard, Althusser lui-même et Spinoza. C'est sans doute le refus de souscrire trop vite à ce consensus pluri-décennal qui a été le premier point de ralliement de notre *atelier mathématiques*. Le retour à la pensée de Cavallès nous servait d'impulsion première et de fil directeur. Car si Cavallès a, à juste titre, tant frappé les esprits, c'est parce qu'il s'est démarqué des philosophies du fondement, qui cherchent, par le métadiscours dont elles se revendiquent, à valider la vérité de la science acquise. Il a eu, lui, l'ambition de parvenir à saisir la pensée mathématique au travail, en mouvement ; ce mouvement qui est aussi bien celui des recherches, échecs ou tâtonnements que des conquêtes conceptuelles et du déroulement méthodique de leurs résultats.

Dans cet effort pour retrouver l'impulsion de Cavallès nous n'étions pas seulement à distance, plus ou moins défensive, du consensus épistémologique évoqué il y a un instant. Nous prenions aussi appui sur un héritage et sur la mémoire active

qu'est la nôtre d'un courant trop peu connu d'histoire et de philosophie des sciences en général et des mathématiques en particulier.

Cet héritage est celui d'Alexandre Koyré, lui qui a su, avec une géniale minutie et une géniale ouverture d'esprit entrer, par exemple, dans la logique fine et profondément estimable des opposants aristotéliens à l'innovation galiléenne : une pensée fausse peut n'en pas moins rester une haute pensée, dont l'étude attentive fait partie de l'hommage qu'appelle la conquête difficile d'une vérité nouvelle.

Mais nous avons aussi en commun d'avoir, d'une manière ou d'une autre, participé à la période intense d'histoire et de philosophie des sciences des années 1970 : production de nombreuses études, au sein des IREM, par le groupe d'histoire et de philosophie des mathématiques animé en particulier par Jean-Louis Ovaert ; publication par Pierre Raymond de son *Passage au matérialisme* en 1973 et de *L'Histoire et les sciences* en 1975, puis ouverture par lui de la collection *Algorithme* en 1975, etc. Notre réticence à souscrire trop vite au *consensus épistémologique* était pour une part la réactivation de cette période effervescente.

Mais notre unité intellectuelle n'était pas que défensive ou réactive. Nous étions tous assez convaincus de l'importance de Cavallès pour ne pas nous contenter de le commenter ou d'éclaircir le mieux possible nos propres différences d'analyse à son sujet ; nous voulions aussi mettre ses catégories directrices de *paradigme* et de *thématisation* à l'épreuve d'autres objets que celui à propos duquel il les a forgées, à savoir l'émergence de la théorie des ensembles et son installation comme secteur dominant dans l'ensemble du champ mathématique. Nous pensions que cette mise à l'épreuve de ses deux catégories fondamentales était la meilleure manière de lui rendre hommage et de poursuivre son travail, quitte, chemin faisant, à prendre quelque distance avec ces catégories, en les nuancant ou en les intégrant dans des catégories plus complexes.

Ainsi la catégorie de paradigme est-elle tout à fait adéquate pour désigner le processus novateur interne à la théorie des nombres dans sa forme encore assez *élémentaire* : extension de l'ensemble \mathbf{N} à l'ensemble \mathbf{Z} , puis de celui-ci au corps \mathbf{Q} . Dans les deux cas il s'agit de permettre que pour une opération donnée (addition ou multiplication) tout élément ait un inverse, c'est-à-dire tel que sa somme (respectivement son produit) avec cet inverse soit égal(e) à l'élément neutre (respectivement 0 ou 1). Dans les cas *élémentaires* qu'on vient d'évoquer cette extension se fait comme d'elle-même, comme *automatiquement* ou comme allant de soi (c'est-à-dire sans décision consciente de soi du sujet) dès qu'on a conçu que l'opération qu'on effectue sur les nombres est en réalité première par rapport à ces nombres. Et la conception de cette opération en elle-même, par différence avec les éléments sur lesquels elle s'effectue est exactement ce que Cavallès appelle la *thématisation*, premier mouvement assez vite suivi d'un second, conduisant à l'*abstraction supérieure*, par lequel on s'intéresse non plus aux opérations elles-mêmes mais à leurs propriétés (associativité, commutativité, distributivité de l'une par rapport à l'autre), ce qui ouvre à l'étude des structures mathématiques et non plus seulement des opérations.

Mais ces deux mouvements *naturels* ou quasi automatiques en même temps que solidaires l'un de l'autre, ne se retrouvent plus aussi aisément lorsqu'on passe des opérations sur des éléments simples à des opérations sur des polynômes ou lorsque, plus avancé dans les processus d'extension successive, on passe par exemple des opérations sur les nombres complexes, dans la forme syntaxique que leur a donnée Gauss ($a + bi$), aux nombres cyclotomiques (ou racines n -ièmes de 1 qui divisent le

cercle en n parties, d'où leur nom). Car si, alors, les deux catégories de paradigme et de thématization correspondent assez bien à la description du résultat de ce passage, elles ne suffisent plus à rendre compte de ce passage lui-même. En effet celui-ci exige, selon les cas, des détours ou des analogies heuristiques qui n'ont plus rien d'automatique mais au contraire relèvent de l'initiative d'un penseur isolé ou d'une école de pensée qui ne trouve le passage qu'à la condition d'une restructuration du champ mathématique. C'est précisément pourquoi dans son article majeur sur l'histoire de la théorie des nombres, Christian Houzel met en surtitre de son texte : *Analogies et changements de cadre*.

D'une manière générale l'étude de cas singuliers d'innovation conceptuelle est rarement réductible au couple du paradigme et de la thématization, comme on pourra le vérifier dans la lecture du Livre I de notre ouvrage que nous avons appelé *Études concertantes*.

Redonner vie donc, à l'impulsion de Cavaillès en soumettant ses deux catégories maîtresses à l'épreuve de champs d'examen diversifiés : c'est dans ces décalages par rapport à notre inspirateur que nous pensons rester au plus près de son projet fondamental et novateur dans le champ des études historiques et philosophiques sur les mathématiques : parvenir à mettre en lumière la pensée mathématique vivante, en la pratiquant et/ou en la suivant au plus près. La pensée mathématique vivante, figure privilégiée de la raison vivante, c'est-à-dire de la pensée qui est vraiment raison.

Les études que nous proposons sont donc des études historiques et philosophiques. Conjonction de l'historique et du philosophique qu'il importe de bien comprendre. Car il ne s'agit pas d'un côté d'études historiques et de l'autre d'études philosophiques, mais, cas par cas, d'analyses qui ne peuvent avoir de portée philosophique que si elles entrent dans le détail historique et, réciproquement, d'études historiques dont la visée est toujours en définitive philosophique, c'est-à-dire réflexive : leur objet est toujours non le concept ou le domaine mathématique traité mais l'observation de la pensée dans le traitement de cet objet ou de ce domaine : pensée de second degré toujours à la fois inséparable de la pensée de premier degré et de son objet, mais toujours irréductible à la simple présentation ou reproduction de ce premier degré de pensée.

On a parfois cru possible de qualifier d'épistémologie cette alternance ou cette conjonction entre histoire des sciences et philosophie des sciences, ici des mathématiques. Mais cette unification seulement verbale de deux disciplines distinctes prête à confusion. En effet, comme son nom l'indique ; l'épistémo-LOGIE se veut théorie de la science émancipée des querelles philosophiques ou de thèses philosophiques trop éloignées de la certitude raisonnée à laquelle peut accéder une science. Il s'agit donc, au moins dans l'intention, d'une sorte de science de la science aux yeux de laquelle les cas singuliers analysés ont le statut subalterne soit d'illustrations pédagogiques seulement destinées à faciliter la compréhension des énoncés généraux, soit d'objets d'études préparatoires, quasi expérimentaux, permettant d'accéder, peu à peu, à la généralité qui est leur vérité.

Mais nous avons en commun de récuser comme illusoire cette recherche d'une science de la science. Avec, pour cela deux raisons aussi puissantes l'une que l'autre. La première est l'héritage de la clarification platonicienne sur laquelle on reviendra dans le *Contrepoint philosophique* terminal, à savoir qu' une science de la science est à jamais impossible puisque son projet est circulaire et se détruit de lui-même. En

d'autres termes l'ambition de dépasser la philosophie de la science en une science de la science est réduite au statut de pure illusion par la philosophie elle-même.

La deuxième raison de notre méfiance à l'égard de l'épistémologie est qu'elle ne respecte pas la démarche historique en ce que celle-ci exige la prise en compte de l'alternance entre les mouvements lents et de longue durée et les accélérations dans de brusques mouvements d'innovation qui ne sont tels, réellement innovants, que parce qu'ils n'étaient pas du tout ou pas complètement déductibles de ce qui les a précédés.

Voilà pourquoi à une démarche épistémologique nous avons préféré une démarche *épistémographique*, nous référant à l'ethnographie en ce qu'elle se distingue de l'ethnologie. Comme l'ethnographie, l'épistémographie vise non une généralité qui surplomberait (et dévaloriserait) la singularité du cas étudié, mais, tout au contraire, l'extrême singularité de ce cas, avec la conviction que c'est seulement au cœur de la singularité, dans sa complexité et sa difficulté, que se manifeste le mieux l'universalité dont elle est porteuse, c'est-à-dire le cœur de la pensée, dans ses audaces, ses doutes, ses échecs et ses victoires. De la même manière, en ethnographie, c'est en entrant dans le détail des structures de parenté, de hiérarchie sociale, de coutumes alimentaires ou vestimentaires, de coutumes et de croyances, qu'on a quelque chance de comprendre en quoi ces singularités sont des variations manifestant ce dont l'universalité générique humaine est capable ou porteuse en puissance¹.

On comprend ainsi qu'à nos yeux l'histoire et la philosophie des concepts et théories, ici mathématiques, ne sont pas deux disciplines juxtaposées et sans interaction ; elles ne sont pas non plus dans un rapport hiérarchique tel que l'histoire ne serait que la servante de la philosophie. Elles sont inséparables au sens le plus fort c'est-à-dire qu'on ne peut philosopher sur la production, la conservation ou la remise en cause d'acquis scientifiques qu'à la condition d'entrer dans la temporalité, c'est-à-dire l'historicité, inhérente à la pensée

Bien sûr, dans cette démarche aux limites de la monographie et de la chronique des découvertes ou démonstrations nouvelles, le risque est de chercher à tâtons ou de n'effectuer que des retours en arrière sur la chronique de telle ou telle acquis, une fois qu'il est solidement établi. L'histoire des concepts est alors rabaissée à n'être qu'une discipline mineure, voire un divertissement plus ou moins sénile pour esprits inaptes ou devenus inaptes à l'innovation conceptuelle. Et il est bien vrai qu'une fois un résultat acquis, si son acquisition est vraiment sans retour (ou «un acquis pour

¹Dans son article, "L'homme, animal par nature politique" paru en 1986 dans *Raison Présente* et repris dans *Dissiper la terreur et les ténèbres* (Méridiens Klincksieck, 1992), P. Raymond distingue (p.131) anthropographie et anthropologie, la première se limitant à un inventaire des dispositions humaines (à parler, à théoriser, à décider, à produire), dispositions ou virtualités dans le vocabulaire aristotélicien, possibilités réelles dans le vocabulaire hégélien, qui prennent forme et existence effective dans des formes sociales déterminées (les langues, les systèmes symboliques et théoriques, les modes de production), qui peuvent tout aussi bien les faire s'épanouir que les asservir au bénéfice des forces socialement dominantes. Et c'est au nom de cet inventaire que peuvent être évaluées les formes sociales selon qu'elles inclinent à développer ces virtualités ou au contraire à les étouffer. Cet inventaire anthropographique de dispositions ou virtualités exerce donc une fonction critique à l'égard d'une anthropologie qui prétendrait cerner la nature (réelle) de l'homme et en conclure des normes qui lui soient conformes. On retrouve ici, comme dans l'ethnographie, ou dans nos études épistémographiques, la même méfiance à l'égard d'une généralité qui surplomberait les particularités, les dévalorisant du même coup et devenant leur norme.

toujours», comme disait Thucydide pour l'histoire définitive qu'il appelait à instaurer), l'histoire de sa production bascule du côté de l'anecdote en comparaison de la solidité ou de l'éternité du concept.

Pour éviter ce travers il importe que le choix du matériau historique à analyser ne se fasse pas à l'aveugle. Mais on connaît le cercle vicieux des collectes empiriques, cercle que pointait déjà Platon, éclairant notre projet pour la deuxième fois : pour disposer d'un critère de choix sans risque d'arbitraire, il faudrait avoir déjà effectué l'analyse, et la synthèse conclusive de cette analyse, du matériau à collecter.

À quoi donc se fier ?

En réalité, une fois conçu ce risque de cercle vicieux, la pensée en recherche est obligée de se restreindre à un «*À qui se fier ?* ». Et c'est tout naturellement ce qui s'est passé dans notre amical atelier de cinq membres avec, en son centre, Christian Houzel et son encyclopédique et si aisée maîtrise de l'histoire des mathématiques et, autour de lui, Didier Nordon et sa pratique de professeur d'université en mathématiques, doublée de sa vigilante distance socratique à l'égard de toute forme de dogmatisme, Henri Roudier et sa pratique de l'enseignement des mathématiques en classe préparatoire, Jean-Jacques Szczeciniarz et sa double culture philosophique et mathématique, et moi-même, philosophe non mathématicien mais amateur, amoureux même des mathématiques, et souvent empêtré ou au moins ralenti par ma maladresse dans l'usage des calculs.

De cette alchimie intellectuelle et amicale s'est dégagée une série de moments qui nous ont paru significatifs. On peut, en un premier temps, en risquer une liste rhapsodique et certains ont été retenus pour le Livre I de cet ouvrage :

a) *La Géométrie* de Descartes, ouvrage nourri de la double tradition euclidienne et algébrique (arabe et européenne) et qui ouvre directement ou indirectement aussi bien les voies de l'algèbre moderne (théorie des polynômes et des structures algébriques) que celle de l'analyse (théorie des fonctions).

b) le *Traité sur le triangle arithmétique* de Pascal, cas privilégié de carrefour mathématique où s'entrecroisent arithmétique, combinatoire et algèbre et où s'ouvre la voie du calcul des probabilités.

c) Le développement de Gauss sur le concept de courbure dans lequel s'amorce une topologie *immanente* où la courbure est déterminée sans la médiation ni du passage (de la sortie) de la concavité vers la convexité, ni du passage inverse.

d) La longue et tortueuse histoire du concept de nombre réel marquée du paradoxe que le corps des nombres complexes, extension du corps des nombres réels, est historiquement conçu avant ce dont il est une extension, puisque, même encore seulement repéré (par Cardan, Viète et Descartes) comme *imaginaire*, le nombre *i* relève bien d'une extension paradigmatique en tant que $\sqrt{-1}$, etc.

Mais choisir par consensus une liste de moments conceptuels significatifs resterait une tâche *culturelle* ou *esthétique* si ces moments n'apparaissaient pas, une fois dûment examinés, comme des moments de progression sur *la voie de la vérité*. Même si elle0s s'interdisent, par principe, une doctrine abstraite ou intemporelle de la vérité et des moyens d'y parvenir, les études épistémographiques ne méritent cette qualification que si la pensée au travail qu'elles visent à saisir dans le mouvement réflexif est bien une pensée faisant *œuvre de vérité*.

Or il y a plusieurs conceptions de la vérité mathématique et il faudra y revenir dans le contrepoint philosophique, mais rien ne servirait de s'engager trop tôt dans l'examen de ces conceptions et des tensions dont elles sont porteuses, chacune en

elle-même et dans les rapports entre elles. Il faut d'abord et toujours, c'est ce qui a fait l'unité fondamentale de notre atelier à travers toutes nos différences, revenir à l'*expérience de la vérité*, ce moment que connaît déjà le tout jeune élève d'école primaire qui comprend, c'est-à-dire prend avec lui, pour lui, mais tout à la fois prend avec d'autres, possession d'une vérité qui en un sens le prend, s'impose à lui. Et, à une fort grande distance de ce jeune apprenti du concept, le mathématicien le plus expérimenté, ne fait au fond que le même genre d'expérience, celle à la fois d'une rencontre irréductiblement singulière avec une vérité qui s'impose, en tout cas finit par s'imposer à lui, et de l'appartenance à la *communauté scientifique*, réalisation concrète ou manifestation humaine, faite de chair et de sang, de l'universalité du concept. Et c'était là le ciment le plus fort de notre unité diverse : tous nous étions et nous sommes convaincus que dans l'expérience mathématique il s'agit bien d'une expérience de la vérité, parce que, aussi difficile à concevoir que soit cette expérience, elle est d'abord et toujours l'expérience de quelque chose qui nous *résiste* ou qui nous *précède*.

Dans ses réflexions sur le plaisir esthétique Kant précise d'emblée que son propos présuppose que son lecteur ait fait l'expérience du plaisir au contact de la beauté. Aussi difficile à concevoir que soit celle-ci, elle est la condition première pour que le discours philosophique sur le beau ne soit pas vide. Il en va exactement de même pour l'expérience de la vérité : qui en parle sans l'avoir rencontrée, sans l'avoir éprouvée, ne produit qu'un galimatias pédant. Et c'est pourquoi nos études épistémographiques sont toutes animées de l'ambition, mais du plaisir aussi, de reparcourir des expériences de vérité qui ont été en même temps des étapes déterminantes dans la constitution du patrimoine mathématique.

L'unité de notre livre ne tient pas seulement à l'unité de son inspiration. Elle est aussi le résultat d'une manière de travailler originale que nous avons, peu à peu, mise au point dans la pratique, avant même de la *thématiser*, et qui consiste en ceci : après de nombreuses réunions de libres conversations ou échanges de textes sans encore de projet éditorial, ont émergé des projets personnels d'études sur tel ou tel auteur ou sur telle ou telle œuvre, chaque rédacteur étant, en définitive, seul auteur et seul signataire de sa contribution, mais après avoir conçu celle-ci dans l'esprit historique et philosophique régulièrement reformulé dans nos réunions, et, surtout, après avoir soumis son travail à tel ou tel autre membre du groupe, ou à l'ensemble de celui-ci. Au fil de trois ans et demi de travail, quelque chose *a pris* dans cet atelier : cela n'allait pas de soi, mais cela a bien eu lieu. Et nous avons eu la chance d'avoir, comme relecteur commun, Emmanuel Lesigne qui, d'abord référent mathématique minutieusement attentif, nous a aidés aussi, tel un bon chef de chœur, à rendre plus forte et plus visible l'organisation chorale de notre ouvrage. C'est pourquoi, nous l'espérons, nos lecteurs pourront nous lire avec plaisir.